

ANALISI MATEMATICA T-2

Prova totale

Università di Bologna - A.A. 2013/2014 - 16 Luglio 2014 - Prof. G.Cupini

☐ Ing.Automazione, ☐ Ing.En. Elettrica, ☐ Ing.Elettrica. ☐ Ing.Amb.Terr. (fino AA 2012-2013)

MATRICOLA:

COGNOME:

NOME:

E-MAIL (facoltativa): 1335827118

Punteggio massimo: 32

N.B.: Gli esercizi vanno svolti per esteso sui fogli protocollo.

Esercizio 1. (7 punti) Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = 2x^3y + 2xy^3 - xy$.

(a) **(3 punti)** Si studi il segno di f .

(b) **(4 punti)** Determinare i punti critici e classificarli (massimo, minimo relativi o punti di sella).

Esercizio 2. (5 punti) Studiare la convergenza di $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(n \arctan \left(\frac{n^\gamma}{5 + 2n^2} \right) \right)^n$ al variare di $\gamma \in \mathbb{R}$.

Esercizio 3. (5 punti) Sia $f : E \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y, z) = x + y + z$, dove

$$E = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + z^2 = 1 \right\}.$$

Determinare i punti di massimo e di minimo assoluti.

Esercizio 4. (5 punti) Calcolare $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1, (x - 1)^2 + y^2 \leq 4, y \leq 0\}.$$

Esercizio 5. (10 punti) Calcolare il flusso del rotore del campo $F(x, y, z) = (x^2, 1, xz)$ attraverso la superficie con bordo S

$$S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + z^2 = 1, z \leq 0 \right\}.$$

L'orientazione sia tale che il vettore normale ai punti di S punti verso il basso.

(a) **(5 punti)** Usando la definizione.

(b) **(5 punti)** Usando il Teorema di Stokes.

ANALISI MATEMATICA T-2

Prova totale

Università di Bologna - A.A. 2013/2014 - 16 Luglio 2014 - Prof. G.Cupini

☐ Ing.Automazione, ☐ Ing.En. Elettrica, ☐ Ing.Elettrica. ☐ Ing.Amb.Terr. (fino AA 2012-2013)

MATRICOLA:

COGNOME:

NOME:

E-MAIL (facoltativa):

1335827228

Punteggio massimo: 32

N.B.: Gli esercizi vanno svolti per esteso sui fogli protocollo.

Esercizio 1. (5 punti) Sia $f : E \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y, z) = x + y + z$, dove

$$E = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + z^2 = 1 \right\}.$$

Determinare i punti di massimo e di minimo assoluti.

Esercizio 2. (10 punti) Calcolare il flusso del rotore del campo $F(x, y, z) = (x^2, 1, xz)$ attraverso la superficie con bordo S

$$S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + z^2 = 1, z \leq 0 \right\}.$$

L'orientazione sia tale che il vettore normale ai punti di S punti verso il basso.

(a) **(5 punti)** Usando la definizione.

(b) **(5 punti)** Usando il Teorema di Stokes.

Esercizio 3. (5 punti) Calcolare $\iint_D (x^2 + y^2) \, dx dy$, dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1, (x - 1)^2 + y^2 \leq 4, y \leq 0\}.$$

Esercizio 4. (5 punti) Studiare la convergenza di $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(n \arctan \left(\frac{n^\gamma}{5 + 3n^2} \right) \right)^n$ al variare di $\gamma \in \mathbb{R}$.

Esercizio 5. (7 punti) Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = 2x^3y + 2xy^3 - xy$.

(a) **(3 punti)** Si studi il segno di f .

(b) **(4 punti)** Determinare i punti critici e classificarli (massimo, minimo relativi o punti di sella).